

Modelowanie współpracy dynamicznej sieci jezdnej i odbieraków prądu na bazie metody elementów skończonych

Valeriy KUZNETSOV¹

Streszczenie

Stosowanie taboru elektrycznego dużej prędkości wymusza zwiększenie wymagań dotyczących niezawodności odbioru prądu. Szczególną uwagę należy zwrócić na współpracę sieci jezdnej z odbierakami prądu, z tego względu istotną sprawą jest rozwój narzędzi do modelowania współpracy sieci trakcyjnej z odbierakami prądu.

Obecnie, na niektórych odcinkach kolei planuje się zwiększyć prędkość pociągów i w tym celu należy dostosować wymagania dotyczące projektowania sieci jezdnych. Umożliwi to właścicielowi infrastruktury uzyskać odpowiednie parametry do dynamicznej współpracy sieci trakcyjnej oraz pantografów zgodnych z wymaganiami TSI „Energia”.

Skutecznym narzędziem rozwoju i doskonalenia systemów zasilania jest symulacja matematyczna dynamicznego oddziaływania pantografów i sieci trakcyjnej. W artykule przedstawiono sposób podejścia do symulacji współpracy dynamicznej na bazie metody elementów skończonych.

Słowa kluczowe: sieć trakcyjna, współpraca dynamiczna, pantograf, symulacja

1. Wstęp

W „Strategii Zrównoważonego Rozwoju Transportu do 2030 roku” [2] wskazano, że została zaplanowana modernizacja, rozbudowa i rewitalizacja sieci linii kolejowych na trans-europejskiej sieci transportowej TEN-T oraz opracowana koncepcja budowy CPK, w której ważną rolę odegra transport kolejowy. Inwestycje dotyczące poprawy jakości stanu linii kolejowych będą także prowadzone na odcinkach o znaczeniu regionalnym i lokalnym, również poza siecią TEN-T. Do 2028 roku przewiduje się realizację dwóch programów dotyczących nowej infrastruktury kolejowej [3]:

- Programu Kolej Plus, skierowanego na przeciwdziałanie wykluczeniu komunikacyjnemu regionów oraz na integrację transportową, a także na zapewnienie ochrony ciągów komunikacyjnych infrastruktury kolejowej przed ewentualną likwidacją;
- Koncepcji CPK (etap 0 i 1).

W wymienionych programach, infrastruktura transportowa występuje jako kluczowy element systemu transportowego, bez którego nie byłoby możliwości realizacji istniejących potrzeb przewozowych w zakresie przewozów osób i towarów [4]. Ważnym elementem infrastruktury kolejowej, który warunkuje jej niezawodność jest sieć trakcyjna [5]. Symulacja umożliwi badanie wpływu parametrów

sieci trakcyjnej i odbieraków prądu na jakość odbioru prądu bez przeprowadzania kosztownych eksperymentów. W praktyce są wykorzystywane modele matematyczne sieci jezdnych, pantografów oraz modele ich współpracy, które można podzielić na modele analityczne i symulacyjne. Należy jednak podkreślić, że każdy model powinien być testowany pod względem adekwatności do modelu. Modele analityczne można podzielić na modele o parametrach skupionych i rozproszonych. Najbardziej znane oprogramowania komercyjne do modelowania współpracy sieci trakcyjnej i pantografów: KATMOS, SICAT Dynamic, ProSA / SIM-PAC, OSCAR, INPAC [6].

2. Kryteria oceny poprawnej współpracy pantografu z siecią trakcyjną w świetle wymagań TSI Energia

Wymagania charakterystyki dynamicznej oraz jakości odbioru prądu przedstawiono w tablicy 4.2.12 TSI „Energia” [1]:

- Przestrzeń, w której następuje uniesienie ramienia odciągowego – $2S_0$.
 S_0 jest to obliczone, symulowane lub zmierzone uniesienie przewodu jezdnej przy ramieniu odciągowym, występujące w normalnych warunkach eksploatacyjnych,

¹ Prof. dr hab. inż.; Instytut Kolejnictwa, Zakład Elektroenergetyki; e-mail: vkuznetsov@ikolej.pl.

dla jednego lub większej liczby pantografów wywierających maksymalną siłę równą górnej granicy F_m przy maksymalnej prędkości na linii.

- Średnia siła nacisku F_m .
Sieć trakcyjna musi być zaprojektowana w sposób umożliwiający wytrzymanie górnej wartości granicznej siły nacisku F_m podanej w tabeli 6 normy EN 50367:2012 [7].
- Odchylenie standardowe przy maksymalnej prędkości linii σ_{\max} [N] musi być nie większe niż $0,3F_m$.

$$\sigma_{\max} \leq 0,3 F_m \quad (1)$$

- Rozstaw pantografów na potrzeby konstrukcji sieci trakcyjnej.
Sieć trakcyjna musi być zaprojektowana w sposób umożliwiający współpracę, co najmniej dwóch pantografów z siecią. Odstęp pomiędzy osiami ślizgaczy współpracujących pantografów powinien odpowiadać p. 4.2.13 TSI „Energia” [1].
- Odsetek straty kontaktu NQ nie powinien być większy niż 0,2%.

3. Matematyczne modele pantografów oraz sieci trakcyjnej

Sieć jezdnią i współpracujący z nią odbierak prądu można rozpatrywać jako system drgający o dwóch podsystemach: sieć jezdna i odbierak prądu.

Wybór modelu odbieraka prądu zależy od:

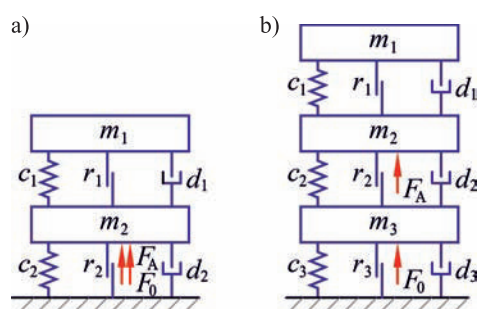
- 1) budowy odbieraka – sposobu mocowania ślizgacza w górnym węźle pantografu,
- 2) konstrukcji ramion odbieraka,
- 3) celu jaki chcemy osiągać,
- 4) sposobu uproszczenia.

W literaturze przedmiotu można znaleźć opisy następujących rodzajów modeli odbieraka prądu [8, 9]:

- 1) ze skupionymi parametrami (dyskretny),
- 2) o jednym stopniu swobody (jednomasowy),
- 3) o dwóch stopniach swobody (dwumasowy),
- 4) o trzech stopniach swobody (trójmasowy),
- 5) o n stopniach swobody (n masowy).

W większości przypadków w eksploatacji wykorzystuje się modele pantografów o parametrach skupionych, składające się z dwóch lub trzech mas połączonych sprężynami, elementów symulujących tarcie suche i amortyzatorów (rys. 1).

Masa m_1 reprezentuje poślizg pantografu, masy m_2 i m_3 ramę wózka i zawiasów; F_0 – stała siła nacisku statycznego na ramę; F_A – siła aerodynamiczna; c_i, r_i, d_i ($i = 1, 2, 3$) są to zredukowane współczynniki sztywności, tarcia suche i tłumienia. Drgania dachu taboru można uwzględnić jako dodatkowe czynniki w modelu pantografu. Drgania są realizowane jako harmoniczne o określonej amplitudzie A i częstotliwości ω .



Rys. 1. Modele pantografów: a) dwumasowe, b) trójmasowe [opracowanie własne]

Dynamikę pantografu opisuje układ równań różniczkowych zwyczajnych ruchu oscylacyjnego mas z dwoma (2) lub trzema (3) stopniami swobody [6]:

$$\begin{cases} c_0(v_0 - v_1) = -F_K(t), \\ m_1\ddot{v}_1 = -d_1(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) - c_1(v_1 - v_2) - r_1 \text{sign}(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) - F_K(t), \\ m_2\ddot{v}_2 = -d_2(\dot{v}_2 - \dot{v}_{train}) + d_1(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) - c_2(v_2 - v_{train}) + \\ + c_1(v_1 - v_2) + r_1 \text{sign}(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) - r_2 \text{sign}(\dot{v}_2 - \dot{v}_{train}) + F_0, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} c_0(v_0 - v_1) = -F_K(t), \\ m_1\ddot{v}_1 = -d_1(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) - c_1(v_1 - v_2) - r_1 \text{sign}(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) - F_K(t), \\ m_2\ddot{v}_2 = -d_2(\dot{v}_2 - \dot{v}_3) + d_1(\dot{v}_1 - \dot{v}_2) - c_2(v_2 - v_3) + \\ + c_1(v_1 - v_2) - r_2 \text{sign}(\dot{v}_2 - \dot{v}_3) + r_1 \text{sign}(\dot{v}_1 - \dot{v}_2), \\ m_3\ddot{v}_3 = -d_3(\dot{v}_3 - \dot{v}_{train}) + d_2(\dot{v}_2 - \dot{v}_3) - c_3(v_3 - v_{train}) + \\ + c_2(v_2 - v_3) - r_3 \text{sign}(\dot{v}_3 - \dot{v}_{train}) + r_2 \text{sign}(\dot{v}_2 - \dot{v}_3) + F_0, \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

- F_0 – stała siła nacisku statycznego na ramę;
- F_K – siła działająca na pantograf od strony sieci jezdnej,
- m_1 – masa ślizgacza pantografu, m_2 i m_3 – masa wózka i ramy zawiasu,
- c_i, r_i, d_i ($i = 1, 2, 3$) – współczynniki sztywności, tarcia suche i tłumienia,
- C_0 – sztywność sieci trakcyjnej,
- v_i ($i = 1, 2, 3$) – przemieszczenie mas pantografu,
- v_0 – przemieszczenie przewodu jezdnej,
- v_{train} – przemieszczenie dachu pojazdu w wyniku oscylacji o zadanej amplitudzie A i częstotliwości ω .

Zgodnie z pkt. 4.2.13 TSI „Energia” [1] zakłada się, że minimalna liczba pracujących pantografów wynosi dwa. Przyjęto, że sieci trakcyjne są zaprojektowane dla rozstawu pantografów równego lub mniejszego niż określony w tabeli 4.2.13 TSI „Energia” jako „A”. Stąd odległość między dwoma odbierakami prądu wynosi:

- 200 m dla $V \geq 250$ km/h,
- 200 m dla $160 < V < 250$ km/h,
- 20 m dla $120 < V \leq 160$ km/h,
- 20 m dla $80 < V \leq 120$ km/h.

W procesie symulacji sieci trakcyjnej należy uwzględnić:

- długość odcinka symulowanego,
- długość przęsła przelotowego,
- ciężar przewodu jezdny (długość wieszaków, gradient przewodu),
- masę ramion,
- zygzakowanie,
- liczbę i rodzaj przewodów (przewód jezdny, lina nośna, lina „Y”),
- masę jednostkową przewodów,
- naciąg przewodów,
- masę części łączących przewód jezdny z wieszakami,
- charakterystykę sztywności wieszaków,
- mechaniczną charakterystykę zawiesznień.

Przewody jezdne i liny nośne modelują się elementami skończonymi o 6 stopniach swobody, wieszaki zaś elementami skończonymi o 2 stopniach swobody. Model w postaci mas skupionych uwzględnia zaciski wieszaków, uchwyty łączące liny nośne, uchwyty mocujące na ramionach i elementy kotwienia środkowego. Oprócz sieci trakcyjnej model uwzględnia ukośniki i ramiona, aby zarejestrować ich reakcje. Ukośniki są wykonane w postaci przestrzennych konstrukcji. Ukośniki i uchwyty są zaprojektowane jako skończone elementy o 2 stopniach swobody. Na rysunku 2 przedstawiono przykład modelu statycznego sieci jezdnej YC120-2CS150.

W artykule przedstawiono metodologię symulacji współpracy dynamicznej sieci trakcyjnej oraz pantografów na bazie oprogramowania NRG [6, 10–12], które ma 3 funkcjonalne moduły:

- 1 NRG-catenary: obliczenia mechaniczne statycznego stanu sieci trakcyjnych zelektryfikowanych linii kolejowych metodą elementów skończonych (MES) w 3D, nieliniowe przedstawienie problemu.
- 2 NRG-wires: obliczenia mechaniczne stanu statycznego dowolnych układów przewodów na podstawie MES w 3D, nieliniowe przedstawienie problemu.
- 3 NRG-interaction: modelowanie procesu współpracy sieci trakcyjnej z pantografami taboru elektrycznego.

Moduł dynamicznej współpracy sieci trakcyjnej i odbieraków prądu NRG-interaction strukturalnie składa się z trzech części: dynamicznego modelu sieci trakcyjnej, dynamicznego modelu pantografów oraz modelu współpracy sieci trakcyjnej i pantografów.

4. Model dynamiczny współpracy sieci jezdnej i pantografu

Dynamiczny model współpracy sieci trakcyjnej i pantografu jest rozwinięciem statycznego modelu przestrzennego NRG-catenary i jest zbudowany na jego podstawie. Do obliczenia dynamiki sieci trakcyjnej wykorzystuje się

równanie falowe, które po dyskretyzacji elementów skończonych w zmiennej przestrzennej przyjmuje następującą postać:

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{U}}{dt^2} + \mathbf{R} \mathbf{U} = \mathbf{F}, \quad (4)$$

gdzie:

\mathbf{U} – wektor przemieszczeń sieci w węzłach siatki elementów skończonych,

\mathbf{M} – macierz mas,

\mathbf{R} – macierz sztywności (uzyskana w wyniku rozwiązania problemu statycznego),

\mathbf{F} – wektor obciążeń zewnętrznych.

Zakłada się, że przemieszczenia \mathbf{U} są małe i mierzone w statycznym położeniu równowagi. Równanie (4) należy uzupełnić o warunki początkowe określające przemieszczenie i prędkość w węzłach siatki elementów skończonych. Wieszaki sieci jezdnej mogą pracować tylko w rozciąganiu, dlatego w procesie obliczeń sztywność dowolnego wieszaka była brana pod uwagę tylko wtedy, gdy wieszak był rozciągnięty (obciążony). Na każdym kroku czasowym konieczne jest przeanalizowanie aktualnego stanu naciągu każdego wieszaka, a jeśli wieszak jest nieodciążony, to jego sztywność jest wykluczana z globalnej macierzy sztywności. Biorąc pod uwagę ten czynnik, równanie (4) można zapisać jako:

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{U}}{dt^2} + \mathbf{R} \mathbf{U} = -\mathbf{R}_s \mathbf{U}_0 + \mathbf{F}, \quad (5)$$

gdzie:

\mathbf{R} – aktualna macierz sztywności,

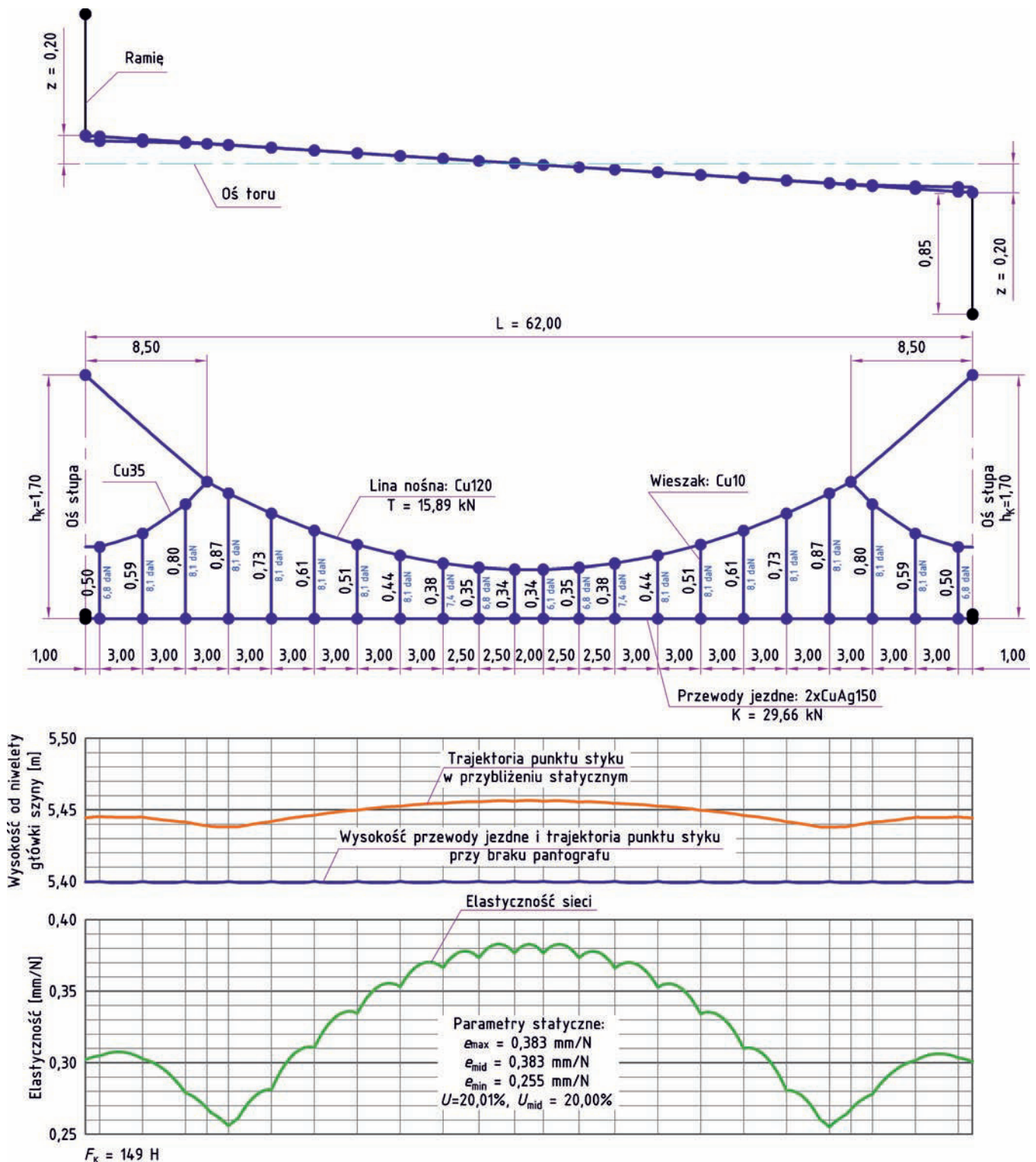
\mathbf{R}_s – część związana ze zmianą stanu wieszaków,

\mathbf{U}_0 – wektor przemieszczenia statycznego sieci.

Można pokazać, że iloczyn $\mathbf{R}_s \mathbf{U}_0$ po prawej stronie wzoru, to są statyczne siły rozciągające wieszaki, które mają być wyłączone.

System równań (5), jest systemem równań różniczkowych zwyczajnych dla składowych wektora \mathbf{U} i aby go rozwiązać, zastosowano uogólnioną alfa-metodę [13]. Z jego pomocą można uzyskać optymalną równowagę pomiędzy dokładnością odtwarzania niskich częstotliwości rozwiązania i tłumieniem numerycznym przy wysokich częstotliwościach. Ostatnia właściwość jest szczególnie interesująca, ponieważ pozwala wyeliminować udział niefizycznych modów rozwiązania o wysokiej częstotliwości, które są zwykle obecne w modelach elementów skończonych. Metoda Newmarka [14] zastosowana w wielu pracach jest szczególnym przypadkiem tej metody. Zauważmy, że w każdym kroku należy obliczyć układ równań algebraicznych, dla których używany jest algorytm oparty na metodzie Cholesky'ego dla rzadkich macierzy.

Opis procesu dynamicznej współpracy sieci jezdnej i pantografu, realizowany metodą mandatu, jest podobny do innych znanych modeli. W celu obliczenia siły



Rys. 2. Schemat przęsla modelu sieci trakcyjnej YC120-2CS150 i podstawowe charakterystyki statyczne [opracowanie własne]

oddziaływania między przewodem jezdnym i pantografem, wprowadza się wartość:

$$\Delta(t) = v_0(x_p(t), t) - v_1(t), \quad (6)$$

gdzie po prawej stronie jest różnica między przesunięciem przewodu jezdneho v_0 i ślizgacza pantografu v_1 w pewnym

ustalonym momencie, podczas gdy położenie pantografu jest określone przez $x_p(t)$. Ponieważ ślizgacz znajdujący się pod przewodem nie może fizycznie przez niego przejść, należy spełnić jednostronne ograniczenie:

$$\Delta(t) \geq 0.$$

W takiej sytuacji możliwe są dwa przypadki:

$$\Delta(t) = 0,$$

a potem pojawia się siła współpracy $F_k > 0$ (dotyk przewodu i pantografu) lub

$$\Delta(t) > 0,$$

wtedy $F_k = 0$ (bez dotyku). Sformułowane warunki można zapisać jako równanie,

$$F_k(t) \cdot \Delta(t) = 0$$

które nazywa się warunkiem komplementarności.

Dokładna równość $\Delta = 0$ w procesie obliczeń nie jest realizowana ze względu na przybliżoną reprezentację danych. Jeżeli uzyskuje się $\Delta > 0$, wówczas sieć jezdna i pantograf nie współpracują i są obliczane niezależnie. Jeżeli $\Delta < 0$ oznacza to wystąpienie sytuacji niefizycznej, kiedy ślizgacz pantografu „przebił się” przez przewód jezdny. W tym przypadku przypisywana jest siła dodatnia:

$$F_k = -c\Delta,$$

(c – wystarczająco duża wartość), która symuluje wpływ przewodu jezdnego na pantograf, próbując „naprawić” zaistniałą sytuację. Z fizycznego punktu widzenia, to podejście naśladuje sztywność powstającego kontaktu, z matematycznego punktu widzenia jest to metoda mandatu, a siła F_k – mandat za naruszenie ograniczenia.

Siła powstająca między przewodem jezdny i pantografem jest przykładana w miejscu, w którym w danym momencie znajduje się pantograf $x_p(t)$. Formalnie pantograf jest reprezentowany jako:

$$F_k \delta(x - x_p(t)), \quad (7)$$

gdzie δ jest delta-funkcją Diraca. Jeżeli punkt $x_p(t)$ pokrywa się z węzłem siatki elementów skończonych, wtedy cała siła jest skupiona w tym punkcie. Jeśli punkt $x_p(t)$ pojawia się między węzłami, to w wyniku zastosowania procedury elementów skończonych następuje redystrybucja siły między nimi. Wręcz przeciwnie, przemieszczenia przewodu jezdnego są znane tylko w węzłach, do ich obliczenia w punkcie $x_p(t)$ zastosowano interpolację liniową na elemencie, co jest zgodne z zastosowaną reprezentacją elementów skończonych.

Opisanie algorytmu obliczania jednego kroku symulacji:

1. Przed obliczeniem kolejnego kroku sprawdza się stan wieszaków i oblicza pierwszy człon po prawej stronie równania (5) podczas modyfikowania globalnej macierzy sztywności.
2. Ruch przewodu jezdnego oblicza się, rozwiązując równanie (5), gdzie po prawej stronie znajduje się siła F_k obliczona w poprzednim przedziale czasowym (w pierwszym kroku zakłada się, że siła nacisku statycznego jest równa naciskowi statycznemu ze strony pantografu).

3. Oblicza się przemieszczenie mas pantografu pod wpływem działających na niego sił.
4. Znając przemieszczenie przewodu jezdny i ślizgacza pantografu, można obliczyć wartość Δ i nową siłę F_k . Jeżeli otrzymana siła $F_k < 0$, to $F_k = 0$.

Jeśli po prawej stronie równania (5) założono że $F = 0$, pojawia się problem swobodnych drgań sieci jezdnej. Wibracje mogą być wzbudzone przez działanie statyczne lub wstrząs. W pierwszym przypadku przewód jezdny jest ciągnięty w płaszczyźnie pionowej i następnie zwalniany. W tej sytuacji jest interesujące śledzenie oscylacji oddzielnego punktu zawieszenia w płaszczyźnie prostopadłej do osi toru, co przedstawia rysunek 3.

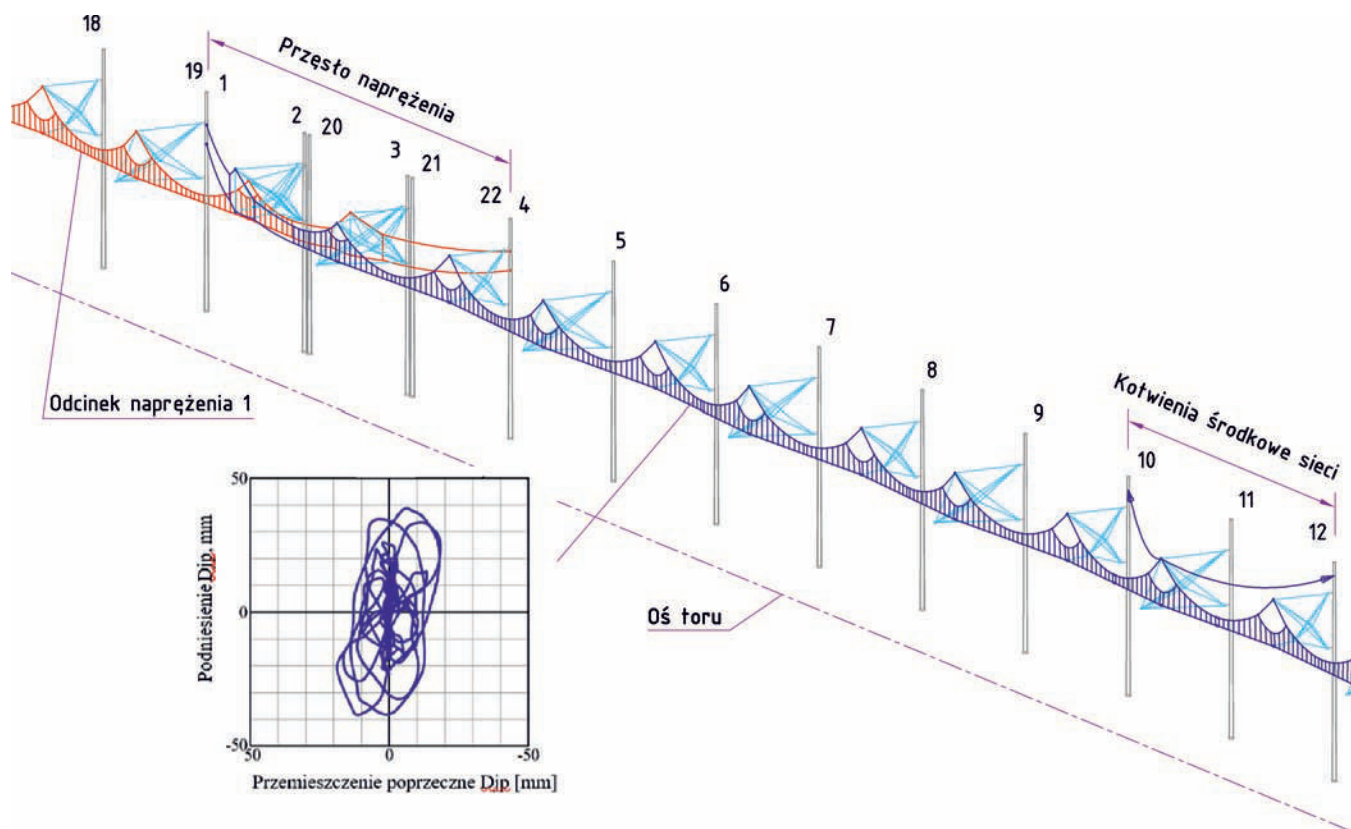
W przypadku uderzenia przyłożonego w pobliżu stałego punktu, na przewodzie jezdny pojawia się impuls, propagujący z prędkością odpowiadającą prędkości propagacji fali.

5. Podsumowanie

Obecnie istnieje wiele narzędzi do symulacji sieci trakcyjnej, odbieraków prądu i modelowania ich współpracy, ale każde z nich ma ograniczone zastosowanie. Obiecującym kierunkiem w rozwoju modeli symulacji sieci trakcyjnej jest zastosowanie metody elementów skończonych, a do modelowania odbieraków prądu powszechnie stosuje się modele wielomasowe. W ostatnich latach podczas eksploatacji linii kolejowych często występują problemy ze zwiększeniem prędkości pociągów na zelektryfikowanym odcinku. W takim przypadku konieczne jest symulowanie dynamicznej współpracy sieci jezdnej i odbieraków prądu w świetle wymagań TSI „Energia”. W przedstawionym modelu dynamicznej współpracy sieci jezdnej i pantografu na bazie metody elementów skończonych, pokazano problem modelowania swobodnych drgań sieci jezdnej.

Bibliografia

1. Commission Regulation (EU), No 1301/2014 of 18 November 2014 on the technical specifications for interoperability relating to the ‘energy’ subsystem of the rail system in the Union (TSI Energy), 2014.
2. Strategia Zrównoważonego Rozwoju Transportu do 2030 roku, 2019.
3. Wróbel I.: *Kierunki zmian polskiej infrastruktury transportowej, ze szczególnym uwzględnieniem transportu kolejowego – część II*. Prace Instytutu Kolejnictwa, 2020, z. 166, s. 62–75.
4. Wróbel I.: *Kierunki zmian polskiej infrastruktury transportowej ze szczególnym uwzględnieniem transportu kolejowego – część I*. Prace Instytutu Kolejnictwa, 2020, z. 163, 53–63.
5. Kiessling F. et al.: *Contact Lines for Electric Railways: Planning, Design, Implementation, Maintenance*, 3rd Edition. Wiley, 2018.



Rys. 3. Drgania swobodne modelu sieci trakcyjnej (przykład) [opracowanie własne]

6. Kudryashov E.V.: *Poprawa obliczeń mechanicznych sieci jezdnych na podstawie statycznych modeli elementów skończonych*: dis. Kand. Tech. Nauk: 22.05.07 – StPb., 2010. – 187 s. (rus).
7. EN 50367: Railway applications – Current collection systems – Technical criteria for the interaction between pantograph and overhead line: Comité Européen de Normalisation Electrotechnique, 2012, p. 42.
8. Kaniewski M.: *Model matematyczny odbieraka prądu i sieci jezdnej*. Prace naukowe Politechniki Warszawskiej, 2013. nr 5. p. 209–220.
9. Judek S. et al.: *Modelowanie współpracy odbieraka prądu z siecią trakcyjną*. Przegląd Elektrotechniczny, 2015. Vol. 91, nr 11, p. 248–253.
10. Бурков А.Т., Сероносков В.В., Кудряшов Е.В.: *Физические основы проектирования электротяговых сетей высокоскоростных железнодорожных магистралей* <http://www.cyberleninka.ru>, 2015.
11. Кудряшов Е.В., Чередников Д.И., Мартыненко Е.В. *Совершенствование методов проектирования контактной сети*. Режим доступа: [http://www.uks.ru/news/Eltrans/Improvement% 20of% 20design% 20methods. pdf](http://www.uks.ru/news/Eltrans/Improvement%20of%20design%20methods.pdf). [Дата доступа 2017].
12. Кудряшов Е.В.: *Разработка контактной сети для высокоскоростного движения на основе методов математического моделирования*. URL: [http:// www. uks.ru/news/Eltrans/math% 20method. pdf](http://www.uks.ru/news/Eltrans/math%20method.pdf).uks.ru, 2013.
13. Dormand J.R.: *Numerical Methods for Differential Equations: A Computational Approach*. CRC Press, 2018. p. 384.
14. Deuffhard P., Krause R., Ertel S.: *A contact-stabilized Newmark method for dynamical contact problems*. Int. J. Numer. Methods Eng. Wiley, 2008. Vol. 73, № 9. p. 1274–1290.